最適税制の理論

逸見良隆

目　次

1　はじめに

最適税制の理論とは，一般的には，資源配分上の効率性，所得分配上の公正の規準から見て望ましい税制とはいかなるものかを検討する理論のことを言うが，より正確には近年，非常な厳密さをもって発達してきた厚生経済学に税制をあてはめ，どの課税ベースに，どの程度累進的な税構造を課すのが，資源配分上の効率性と分配上の公正からみて望ましいかに関する厳密な数学的証明をともなった議論の展開を言う。

現実には，資源配分上の効率性と所得分配上の公正の規準だけから，望ましい税制とは何かという問題に答えることは，とうてい不充分である。租税制度を運営するための費用も最適税制を議論する際に問題とされねばならない。さらに経済安定化政策および成長政策上の考慮も当然に払われねばならない。新しい税種の導入あるいは，現行の税制の改正は，消費者の消費・貯蓄行動，企業の設備投資，雇用政策に影響して，経済全体の総需要を変動させ失業率を増減させ，企業の価格政策等を通じて一般価格水準をも左右する。与えられた一定の税制がどれほどビルト・イン・スタビライザーの役割を演じうるか，も安定化政策上，重要な問題である。また，租税政策以外の他の財政政策たとえば，公共支出政策，公債管理政策，社会保障政策，のみならず，もし可能ならば金融政策をも以上，述べた財政活動の目的にてらしあわせて同時に活用されるべきである。この議論は結局，政策割り当て問題に帰着すると思われるが，このかなり複雑な研究課題を解くために，その第一歩として政策目的の内一部分のみがとりあげられ，使われる政策手段にも限定がある場合における望ましい方途を探求することは必要であると考えられる。まず理論経済学の教えるところから議論を出発させよう。

伝統的な厚生経済学の教える所によれば（それは厳密な数学的装置で証明されたが），一定の税収をあげるためのパレートの意味でもっとも効率的な税は，ランプ・サム・タックス（一括定額税）である。もし，あらゆる財貨，サービスについて市場が存在している，つまり，ある価格体系の下で企業は利潤を最大にする生産編成をとり，消費者は一定の予算制約の下で効用を最大にする消費決定を行い，すべての市場で需要と供給が一致しているならば資源の配分はパレートの意味で効率的になっている。それは共通の価格を媒介として，各消費者のそれぞれの財貨・サービスの限界代替率が，共に各生産者のそれぞれの

財貨・サービスの限界変形率に等しくなることにより効率性が保証されることによる。したがってパレートの意味での効率性を保つためには，限界代替率＝限界変形率の限界条件をみださない租税がのぞましい。そこで理論上のぞましいと考えられる租税は，何の課税標準にも依存しないで各個人に一定額を賦課するランプ・サム・タックス（一括定額税）であり，その下では価格と限界代替率および限界変形率の間の関係は保存される。しかし，一括定額税は，すべての消費者，生産者に一律に一定額を課税すると強度に逆進的な効果をもたらすし，もし所得とか消費額に応じて賦課額を変えると一回限りのものなら何の変化も市場行動にもたらさないが，永久に続くものと受けとられると，ある累進度を持った所得税ないしは消費税とみなされ，納税義務者の市場行動は変更をよぎなくされるであろう。したがって一括定額税は，現実を描写しようという意図に反すのみならず，規範的分析上からも不適切な仮定と考えられる。一括定額税が考慮から外されたとしても，パレート効率性を保存する租税は考えられる。たとえば利潤税は企業の利潤極大化行動にいかなる変化もひきおこさないため中立的な租税と考えられ，また市場で取引きされない外部性が存在する場合，租税・補助金システムでパレート効率性を達成することは可能である。しかし，これらの税だけで必要な税収をすべてあげると想像することは不可能に近いことである。その時，我々は，パレート効率性をみだす租税体系の内で，できる限り望ましいものを選びだすという，セコンド・ベスト（次善）の問題に直面することになる。

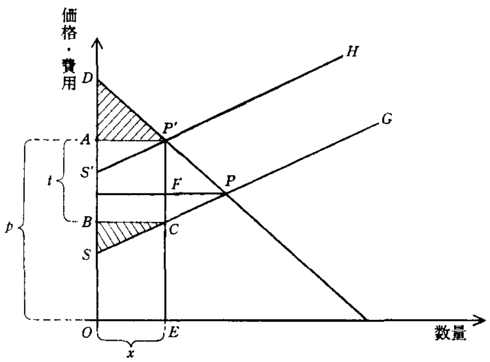
さて，これから紹介しようとする最適税制の理論に関する諸研究は現実における望ましい税制は何かという経済政策上の議論とどのようなかかわりあいを持つだろうか。これらの研究は経済理論の常として，高度に単純かつ抽象化された世界で議論を展開している。まず，モデルは静態的で，消費者，企業の行動様式は極端に単純化され，財貨・サービスの生産は一個の技術的関係として「生産関数」で表現される。財貨・サービスの取引きは「市場」の場を通じておこなわれ，流通をつかさどる卸売業者，運輸業者，小売業者はすべて捨象されてしまう。ノーマティブ（規範的）な議論のため，各財貨・サービスの市場では超過需要・超過供給は存在しないと想定され，ケインズ的な不均衡の問題意識は皆無である。各納税義務者は税法にしたがって正直にふるまうことが期待され，課税もれ，脱税，税の申告，算定，徴収，納税のための費用はいっさい無視される。また所得といっても，あらゆる所得が同時に考慮されるのではなく，しばしば給与所得とか利子所得とかの一種類の所得しかモデルには登場してこない。このように，モデルの世界は現実の世界にくらべて非常に貧弱な内容しか持っていないが，逆に言えば，単純化され，抽象化された世界であるから非常に明確な結論が導き出されるのだということが理解できる。したがって，現実の経済政策の問題との関連を考えるためには，議論をそのままうのみにするのではなく，何らかの読みかえの作業が必要となる。このように限定された範囲内においてではあるが，得られた結論は実際的な税制の議論に示唆を与えることが期待されるのである。

以下は，最後に掲げた参考文献に基いて若干の議論の交通整理をおこない，最適消費税の理論を中心にして，最適税制の理論を紹介するものである。もっとも簡単なケースから，順次，分配的公正，所得税，公共財支出，超過負担と問題領域を拡大させてゆくことにしよう。第2章は Sandmo〔12〕と Sadka〔9〕を，第3章，第4章は Atkinson and Stiglitz〔2〕を，第5章，第6章は Diamond〔3〕, Atkinson and Stern〔1〕, Diamond and McFadden〔4〕をそれぞれ特に参考した。

2　最適な間接消費税

まず，てはじめとして，ほとんどの教科書で取り上げられている単一市場における部分均衡分析によって，課税の効率面におよぼす効果を分析しよう。以下の第1図を見ていただきたい。

第1図



課税の効果は，生産者余剰と消費者余剰の概念を使って評価される。取引量1単位当り，t の従量税を課すことによって供給曲線は SG から $S'H$ に上方シフトする。DP は需要曲線である。その結果，生産者余剰は面積 BCS（以下，「面積」は省略する），消費者余剰は $DP'A$ となる。他方，$AP'CB=S'P'CS$ だけ税収が確保されるが，これを加えたとしても，課税以前の生産者余剰と消費者余剰の和 DPS より $P'PC$ だけ小さくなり，その部分が純の厚生上の損失（超過負担）となる。税収を R，消費者にとっての価格 $P'E$ を p，取引量 AP' を x とする時，小さな税率に対しては，この厚生上の損失は

$$\frac{R^2}{2px\left(\dfrac{1}{\varepsilon_d}+\dfrac{1}{\varepsilon_s}\right)}$$

で近似される。ここで $\varepsilon_d, \varepsilon_s$ はそれぞれ，需要と供給の価格弾力性を表わしている。この公式を以下で証明しよう。つまり，

$$厚生上の損失=\frac{FP\times(P'F+FC)}{2}$$

$$=\frac{(P'F+FC)^2}{2\dfrac{P'F+FC}{FP}}$$

$$=\frac{(AP')^2\ (P'F+FC)^2}{2p\cdot AP'\left(\dfrac{AP}{p}\cdot\dfrac{P'F}{FP}+\dfrac{AP'}{p}\cdot\dfrac{FC}{FP}\right)}$$

$$=\frac{R^2}{2\,px\left(\dfrac{1}{\varepsilon_d}+\dfrac{1}{\varepsilon_s}\right)}$$

となる。

この公式から，税収一定の制約の下で厚生上の損失を最小にするためには，(i) 需要の価格弾力性の低いものか，(ii) 供給の価格弾力性の低いものか，(iii) 消費者の予算に占める比率の高いものか，に課税することが望ましいことが理解できる。収穫一定の下では，供給曲線は水平となって供給の価格弾力性は無限大となるので，公式において ε_s は消えてなくなる。

このような部分均衡分析は，(1) 各財の需要と供給が相互に独立でない限り多数財の世界に拡張できない。(2) 当該財の価格変化についての所得効果が無視できる状況を前提としている，等の点で不十分であるため，以下では一般均衡分析を採用することにする。

まず最初に，租税として間接消費税のみが存在する経済において一定の税収入を確保するための望ましい税制の特徴を調べよう。この点においてもっとも必要な情報はすべての商品に同一の税率（均一税率）を課すことがパレートの意味で効率的であるかどうかである。

$m+1$ 個の商品が存在する経済を想定する。第0財は労働供給で残りの財は消費財である。そして，後者に間接税が課せられる。t_i，x_i $(i=1,2,\cdots\cdots,m)$ を商品 i の単位当りの税率，取引量＝消費量と定義すると，一定の税収 T を確保するという制約は

$$\sum_{i=1}^{m} t_i x_i = T \tag{1}$$

となる。T は政府の財政規模を示していると

考えられる。間接税率 t_iは，消費者によって支払われた価格 p_i と生産者が受けとった価格 q_iの差として定義される。次に生産者価格 q_i は一定であると仮定される。この仮定は収穫一定の生産技術の条件と意味的に同一である。この結果，税の構造を選ぶという問題は消費者価格 p_i をえらぶという問題に置きかえられる。さらに，消費者はただ一人しかいないかのように取り扱われるような状況を想定する。この仮定は分配上の公正の問題を考慮に入れないということを意味する。社会の選好は，次のような効用関数にまとめられる。効用関数についての通常の仮定になされる。

$$U=U(x_0, x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m) \tag{2}$$

制約付きの極大化の問題であるので，ラグランジ形式

$$L=U(x_0, x_1, \cdots\cdots, x_m)+\lambda(\sum_{i=1}^{m} t_i x_i - T) \tag{3}$$

を設定する。$t_i=p_i-q_i$ を考慮して税率 t_k あるいは p_k で偏微分すると，

$$\sum_{i=0}^{m} \frac{\partial U}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial p_k} + \lambda\left(\sum_{i=1}^{m} t_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} + x_k\right) = 0 \tag{4}$$

$$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

これに，消費者は $\sum_{i=0}^{m} p_i x_i = 0$ の予算制約の下で，効用関数を最大にしているという事実を考慮に入れなければならない。労働の供給量 x_0 は座標軸の負の方向に計られている。消費者行動の最適条件は

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i}=\alpha p_i \qquad (i=0, 1, 2, \cdots\cdots, m) \tag{5}$$

である。ここで，α は所得の限界効用である。(5)を(4)に代入すると，

$$\alpha \sum_{i=0}^{m} p_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} + \lambda\left(\sum_{i=1}^{m} t_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} + x_k\right) = 0$$

$$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

であるが，予算制約式をp_kで偏微分すると

$$\sum_{i=0}^{m} p_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} + x_k = 0$$

なので

$$-\alpha x_k + \lambda\left(\sum_{i=1}^{m} t_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} + x_k\right) = 0$$

となり，これは

$$\sum_{i=1}^{m} t_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} = \frac{\alpha-\lambda}{\lambda} x_k \equiv \nu x_k \text{ [1)]} \tag{6}$$

$$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

におきかえられる。

スルツキー方程式から

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_k} = -x_k \frac{\partial x_i}{\partial I} + s_{ik} \tag{7}$$

$$(i, k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

ここで I は所得，s_{ik} は代替効果をあらわす。この関係を代入すると，

$$\sum_{i=1}^{m} t_i s_{ik} = \nu x_k + x_k \sum_{i=1}^{m} t_i \frac{\partial x_i}{\partial I}$$

さらに代替効果は対称的であるという性質を使うと，

$$\frac{\sum_{i=1}^{m} t_i s_{ki}}{x_k} = \nu + \sum_{i=1}^{m} t_i \frac{\partial x_i}{\partial I} \tag{8}$$

$$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

が得られる。右辺は，k から独立だから，この式が意味するのは，すべての商品について，消費者が以前と同じ無差別曲線の上に乗るように所得が補償されるという条件の下で，最適点の近くで税率変化による商品需要の相対的減少が同一である，ということである。

次に，すべての財に同一の税率を課すのが望ましいかどうかを議論しよう。課税対象に余暇を含めて，同一の税率（したがって，労働については補助金率）を課すのはすべての財の相対価格は変化しないのでパレート効率

1) ν の符号については第5章を見よ。

的であるように思われるが，税収はゼロになるのでこの推察は誤りである。つまり $\theta=\theta_i=\dfrac{t_i}{p_i}$ $(i=0,1,2,\cdots\cdots,m)$ とすると総税収 T は

$$T=\sum_{i=0}^{m}\theta_i\,p_i\,x_i=\theta\sum_{i=0}^{m}p_i\,x_i$$

であるが消費者個人の予算制約から $\sum_{i=0}^{m}p_i\,x_i=0$ であるので税収はゼロになってしまう。こういうやり方では，消費財には税が課されているのだが，労働供給には補助金が支払われるため，全体としては税収入がゼロになってしまうのである。

課税対象に余暇を含めない場合に，すべての消費財に同一の税率を課すのがパレート効率性の見地から望ましいかは決して自明な解答は与えられない。このことが成立する条件を考察することにしよう。以下，次の章の終りまで，労働供給第0財には課税も補助金もないとして $p_0=q_0=1$，$t_0=0$ とおく。

予算制約式 $\sum_{i=0}^{m}p_i\,x_i=0$ を p_k で偏微分すると，

$$\frac{\partial x_0}{\partial p_k}+\sum_{i=1}^{m}p_i\frac{\partial x_i}{\partial p_k}+x_k=0 \qquad (9)$$

$$(k=1,2,\cdots\cdots,m)$$

となり，この x_k を (6) に代入すると，

$$\sum_{i=1}^{m}\theta_i\,p_i\,\frac{\partial x_i}{\partial p_k}=-\nu\left(\frac{\partial x_0}{\partial p_k}+\sum_{i=1}^{m}p_i\frac{\partial x_i}{\partial p_k}\right)$$

これを書きなおすと，

$$\sum_{i=1}^{m}p_i\,(\theta_i+\nu)\frac{\partial x_i}{\partial p_k}=-\nu\frac{\partial x_0}{\partial p_k} \qquad (10)$$

$$(k=1,2,\cdots\cdots,m)$$

ここで，すべての p_k について $\dfrac{\partial x_0}{\partial p_k}=0$ がなりたち，労働供給がすべての消費財価格に対して非弾力的ならば，$\theta_i=-\nu$ が(10)の解となり，すべての消費財に同一の従価税率を課すことが効率的な税体系となる[2)]。労働供給には課税されず，すべての消費財が同一の税率で課税されるということは，消費者の予算制約上においては，すべての消費財には税は課されず労働供給のみに課税されていることとまったく同じ効果をもっているので，需要が非弾力的な財が理想的な課税対象であるという古典的な租税理論の教義とここでの結論は一致している。しかし，この条件は均一税率のための十分条件であって，必要条件でないから，他の条件が存在しうるか考えよう。

すべての消費財に対する均一税率がパレート効率的であるための必要かつ十分な条件を導出しよう。これまでと同様，生産者価格 q_i は固定しており，収穫一定の条件の下で生産者の手下に純利潤は残らないものとする。(1)式は，$p_0=q_0=1$，$t_0=0$ ゆえ

$$\sum_{i=1}^{m}t_i\,x_i=\sum_{i=0}^{m}p_i\,x_i-\sum_{i=0}^{m}q_i\,x_i\geqq T$$

となる。純利潤がゼロで，かつランプ・サム・トランスファーもゼロであるとすると，その時消費者の予算制約は $\sum_{i=0}^{m}p_i\,x_i=0$ であるから，政府の収入制約は

$$-\sum_{i=0}^{m}q_i\,x_i\geqq T \qquad (1')$$

となる。ここで T が何に使われているかを考えよう。y_i を企業からの i 財の政府購入量とすると，企業の利潤はゼロだから

$$\sum_{i=0}^{m}q_i\,x_i+\sum_{i=1}^{m}q_i\,y_i=0$$

これらから

$$T=\sum_{i=0}^{m}t_i\,x_i=-\sum_{i=0}^{m}q_i\,x_i=\sum_{i=1}^{m}q_i\,y_i$$

となって均衡予算が成立している。

2）もちろん，行列 $\left[\dfrac{\partial x_i}{\partial p_k}\right]$ $(i,k=1,2,\cdots\cdots,m)$ が非特異であるという条件を前提としている。

我々の最適化問題は，

$$-\sum_{i=0}^{m} q_i x_i - T \geqq 0$$

の下で　$v(p_1, p_2, \cdots\cdots, p_m)$ を最大にする $p_1, p_2, \cdots\cdots p_m$ を選択することに帰着する。

ここで，$v(p_1, p_2, \cdots\cdots, p_m)$ は $\sum_{i=0}^{m} p_i x_i = 0$ の下で消費者が $U = U(x_0, x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m)$ を最大にした場合における効用の水準をあらわす間接効用関数である。この問題の一次条件は，

$$\frac{\partial v}{\partial p_k} - \lambda \sum_{i=0}^{m} q_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} = 0$$

$$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

ここに，$\lambda \geqq 0$ である。　また

$$\frac{\partial v}{\partial p_k} = \sum_{i=0}^{m} \frac{\partial U}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial p_k} = \alpha \sum_{i=0}^{m} p_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k}$$

$$= \alpha \left\{ \frac{\partial}{\partial p_k} \left(\sum_{i=0}^{m} p_i x_i \right) - x_k \right\}$$

$$= \quad -\alpha x_k \tag{11}$$

であるから，一次条件は

$$-\alpha x_k - \lambda \sum_{i=0}^{m} q_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} = 0 \tag{12}$$

に書きかえられる。商品 i の p_j に関する補償された偏微係数（スルツキー方程式の代替項）を s_{ij} で表示し，その弾力性を $\varepsilon_{ij} \equiv \frac{s_{ij} p_j}{x_i}$ であらわそう。次の定理が証明されている (Sadka〔9〕)。

〔定理〕 二次の条件が成立しているならば，次の三つの命題は同値である。(a) すべての消費財に対するある均一な税率がもっとも効率的である。(b) すべての消費財が賃金率に関する相等しい補償された弾力性を持つ。つまり，$\varepsilon_{10} = \varepsilon_{20} = \cdots\cdots = \varepsilon_{m0}$。(c) 政府の収入制約(1)の下で，すべての消費財に対するある均一な税率が労働の供給を最大にしている。ただし一括定額税は考えない。

〔証明〕

(i) もし，(a)が成立しているとする。したがって(12)の解であるような $p_i = q_i / \tau$ となる定数 $\tau \neq 1$ が存在する　$(i=1, 2, \cdots\cdots, m)$。

それゆえに，$-\alpha x_k - \lambda\tau \sum_{i=1}^{m} p_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} - \lambda p_0 \frac{\partial x_0}{\partial p_k} = 0$　$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$（以下必要ない限りこれは省略する。）$\sum_{i=0}^{m} p_i x_i = 0$　を p_k で微分して，

$$-\sum_{i=1}^{m} p_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} = p_0 \frac{\partial x_0}{\partial p_k} + x_k \tag{13}$$

両式から $\frac{\partial x_0}{\partial p_k} = \frac{\alpha - \lambda\tau}{\lambda p_0 (\tau - 1)} x_k$ が得られる。スルツキー方程式

$$\frac{\partial x_0}{\partial p_k} = s_{0k} - x_k \frac{\partial x_0}{\partial I} \tag{14}$$

から $s_{0k} = \frac{\partial x_0}{\partial p_k} + x_k \frac{\partial x_0}{\partial I} = \left(\frac{\alpha - \lambda\tau}{\lambda p_0 (\tau - 1)} + \frac{\partial x_0}{\partial I} \right) x_k$

よって，

$$s_{0k} = \beta x_k \qquad (k=1, 2, \cdots\cdots, m) \tag{15}$$

ここで β は　$k=1, 2, \cdots\cdots, m$　とは無関係なある値。よって，

$$\varepsilon_{k0} = s_{k0}\, p_0 / x_k = \beta p_0$$

$$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

つまり，(a) は (b) を意味することが証明された。

逆に，もし (b) が成立すると，$s_{0k} = \beta x_k$ $(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$。スルツキー方程式 (14) から $\frac{\partial x_0}{\partial p_k} = \left(\beta - \frac{\partial x_0}{\partial I} \right) x_k \equiv \gamma x_k$。これを(13)に代入すると，$\sum_{i=1}^{m} p_i \frac{\partial x_i}{\partial p_k} \equiv -(1+\gamma)\, x_k$

$\theta \equiv t_i / p_i$　と定義し，上式を (6) に代入する

と $\sum_{i=1}^{m} p_i\left(\theta_i + \frac{\nu}{1+\gamma}\right)\frac{\partial x_i}{\partial p_k} = 0$。

よって，θ_i が同一の均一税率は最適解となる。

(ii) 次に(a)と(c)が同値であることを証明しよう。(a)は(15)を意味するから，(11)も用いて，

$$-\frac{\partial x_0}{\partial p_k} = -s_{0k} + x_k\frac{\partial x_0}{\partial I} = \left(-\beta + \frac{\partial x_0}{\partial I}\right)x_k$$

$$= -\left(-\beta + \frac{\partial x_0}{\partial I}\right)\frac{1}{\alpha}\frac{\partial v}{\partial p_k}$$

$$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

この式はベクター$\left(-\frac{\partial x_0}{\partial p_1},\ -\frac{\partial x_0}{\partial p_2}, \cdots\cdots,\ -\frac{\partial x_0}{\partial p_m}\right)$がベクター$\left(\frac{\partial v}{\partial p_1},\ \frac{\partial v}{\partial p_2}, \cdots\cdots, \frac{\partial v}{\partial p_m},\right)$のスカラー倍であることを意味する。よって，政府収入一定の制約の下で，間接効用関数 v を最大にする $p_1, p_2, \cdots\cdots, p_m$ は同時に，同じ制約の下で労働供給 $-x_0$ を最大にしていることが示され，(a)は(c)を意味することが証明された。

逆を証明するために，(c)が成立するとしよう。(1′)の制約の下で $-x_0$ を極大化するための一次条件は

$$-\frac{\partial x_0}{\partial p_k} - \mu\sum_{i=0}^{m} q_i\frac{\partial x_i}{\partial p_k} = 0,\quad \mu \geqq 0,$$

$$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

である。上式の解について，$p_i = q_i/\tau$ となるような τ が存在するから，

$$-(1+\mu p_0)\frac{\partial x_0}{\partial p_k} - \mu\tau\sum_{i=1}^{m} p_i\frac{\partial x_i}{\partial p_k} = 0$$

(13)を使えば

$$-(1+\mu p_0)\frac{\partial x_0}{\partial p_k} + \mu\tau p_0\frac{\partial x_0}{\partial p_k} + \mu\tau x_k = 0$$

$$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

ここから，

$$\frac{\partial v}{\partial p_k} = -\alpha x_k = -\alpha\left(\frac{-(1+\mu p_0)+\mu\tau p_0}{\mu\tau}\right)$$

$$\times\left(-\frac{\partial x_0}{\partial p_k}\right)$$

$$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

よって，ベクター$\left(\frac{\partial v}{\partial p_1},\ \frac{\partial v}{\partial p_2}, \cdots\cdots, \frac{\partial v}{\partial p_m}\right)$は$\left(-\frac{\partial x_0}{\partial p_1},\ -\frac{\partial x_0}{\partial p_2}, \cdots\cdots, -\frac{\partial x_0}{\partial p_m}\right)$のスカラー倍となり，(c)は(a)を意味することが証明された（証明終り）。

以上によって定理は完全に証明された。労働供給が完全に非弾力的ならば，証明するまでもなく(c)は成立するので，この定理から均一な消費税率がもっとも望ましくなる。これは(c)のなりたつ一つのケースである。また，Sandmo〔11〕は効用関数が弱分離的で $U(x_0, x_1, \cdots\cdots, x_m) \equiv W[x_0, H(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m)]$ とかけ，さらに $H(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m)$が同次関数で，消費財間のみの無差別曲線がホモセティックならば(15)がなりたつことを示した。(15)は(b)と同値であるから，(a)消費財に対する均一税率がもっとも効率的となる。

次に，最適課税のための条件，(6)，(8)の意味をもう少し検討しよう。もし課税された財の間での需要関数の交差微係数がゼロならば(6)は，

$$\frac{t_k}{p_k} \equiv \theta_k = \left(\frac{\alpha}{\lambda} - 1\right)\frac{1}{\sigma_{kk}} \equiv \frac{\nu}{\sigma_{kk}}$$

$$(k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

になる。ここで，σ_{kk} は，代替効果と所得効果をともにふくむ，需要の価格弾力性$\frac{p_k}{x_k}\frac{\partial x_k}{\partial p_k}$である。これはよく知られた逆弾力性ルールであって，需要の価格弾力性がもっとも低い財にもっとも高い税率を課すことが望ましいことを教える。次に，(8)の意味を理解するために労働と課税された2種類の消費財しか存在しない経済を想定しよう。(8)の右辺は k から独立だから，Kと書けば，

$$t_1 s_{11} + t_1 s_{12} = Kx_1$$

$$t_1 s_{21} + t_2 s_{22} = Kx_2$$

ここで，上の両式のそれぞれに t_1, t_2を乗じて，

加えると $\sum_{i,j} t_i s_{ij} t_j = K\Sigma t_i x_i$ が得られる。

税収が正であり，代替項行列は負値半定符号という性質をもつため，$K \leqq 0$ となる。上の連立方程式を解くと，

$$t_1 = K \frac{x_1 s_{22} - x_2 s_{12}}{s_{11}s_{22} - s_{12}^2}$$

$$t_2 = K \frac{x_2 s_{11} - x_1 s_{21}}{s_{11}s_{22} - s_{12}^2}$$

これを書きなおすと，

$$\theta_1 = K \frac{1}{s_{11}s_{22} - s_{12}^2} \frac{x_1 x_2}{p_1 p_2} (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{12})$$

$$\equiv K' (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{12})$$

$$\theta_2 = K \frac{1}{s_{11}s_{22} - s_{12}^2} \frac{x_1 x_2}{p_1 p_2} (\varepsilon_{11} - \varepsilon_{21})$$

$$\equiv K' (\varepsilon_{11} - \varepsilon_{21})$$

性質 $\varepsilon_{10} + \varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} = 0 = \varepsilon_{20} + \varepsilon_{21} + \varepsilon_{22}$ を上式の $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{21}$ に代入すると

$$\theta_1 = K' (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{10})$$

$$\theta_2 = K' (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{20})$$

が得られる。$K' \leqq 0$ であるから，$K' \neq 0$ のケースでは

$$\varepsilon_{10} \gtreqless \varepsilon_{20} \text{ に応じて，} \theta_1 \lesseqgtr \theta_2$$

となる。つまり，もっとも高税率で課税される財は賃金率（余暇の価格をあらわしている）との間にもっとも低い補償された交差弾力性（マイナスの場合もありうる）をもつ財である。余暇は課税されていない（労働供給に補助金が与えられていない）ので間接的に余暇とヒックスの意味において補完的な財に課しているのだと考えられる。余暇と補完的な財とは，余暇とともに消費する傾向をもつ財，ゴルフ用品，ヨット，球技用具などである。

今までは，生産者の価格は一定であると仮定してきた。しかし，以上の結論が経済全体の生産関数が収穫一定の下で正しいことが，Diamond and Mirrlees〔5〕によって証明された。彼らはさらに，同じ仮定の下で生産上の効率性が望ましいことを示した。もし，収穫が逓減するならば，各企業に利潤が発生し，利潤税を考慮しなければならない。Stiglitz and Dasgupta〔13〕はたとえ収穫逓減であっても，100％利潤税によって均衡において利潤がゼロになるなら，生産上の効率性が望ましいことを明らかにした。

3　間接消費税と分配上の公正

次に所得分配と最適な間接消費税の関係を考察しよう。今までの議論では，あたかも一人の消費者だけが存在するような経済を想定してきた。この仮定はまったくの一次近似にすぎず，現実には各消費者は，その初期保有資産，生産性，選好において相互にことなっているはずである。上で得られた，効率性をめざす逆弾力性ルールは，需要の価格弾力性の低い必需品が弾力性の大きい奢侈品よりも高率で課税されるべきだと指示しているが，このルールは公正な所得分配という見地からは修正なしですますことはありえないであろう。

この章では，消費税のみが存在する場合を考え，次の章ではさらに所得税を導入して二つの税のかかわりあいを検討する。

N人の消費者がいると考え，各消費者をスーパースクリプト $h = 1, 2, \cdots\cdots, N$ で表示しよう。

$$U^h = U^h(x_0^h, x_1^h, \cdots\cdots, x_m^h)$$
$$(h = 1, 2, \cdots\cdots, N)$$

x_0^h は今までと同様，原点から左側に測られた労働供給を表示している。$v^h(p_1, p_2, \cdots\cdots, p_m)$ を $p_0 x_0^h + \sum_{i=1}^{m} p_i x_i^h = 0$ の下で消費者 h が U^h を最大にする時の効用の水準をあ

らわす間接効用関数とする。($x_0^h, x_1^h, x_2^h \cdots\cdots, x_m^h$) は純の取引量をあらわしているから，各消費者の初期保有財貨・サービスの相違は U^h の形のちがいを通じて v^h の形の相違であらわされる。また各消費者の労働生産性が常にことなっているならば，各消費者の労働供給を効率単位で計りなおすことができ，各人の予算制約式のちがいを通じて v^h の形の相違であらわされる。労働所得には課税されないので，$p_0=q_0=1$ で固定される。また，一括定額税や補助金は存在しないと想定する。財の生産者価格は固定され，財の単位を適当に変更することによって，それらを1に正規化しよう。すなわち

$$p_i=1+t_i \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,m)$$

$G(v^1, v^2, \cdots\cdots, v^N)$ をサミュエルソン・バーグソン型の社会的厚生関数とする。ラグランジ形式をつくると，

$$L=G(v^1, v^2, \cdots\cdots, v^N) +\lambda\left(\sum_{h=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} t_i x_i^h - T\right)$$

これを p_k で偏微分すると，

$$\sum_h \frac{\partial G}{\partial v^h}\cdot\frac{\partial v^h}{\partial p_k}+\lambda\sum_h\left(\sum_i t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial p_k}+x_k^h\right)=0$$
$$(k=1,2,\cdots\cdots,m)$$

$$\frac{\partial v^h}{\partial p_k}=-\alpha^h x_k^h,\ \frac{\partial x_i^h}{\partial p_k}=s_{ik}^h-x_k^h\frac{\partial x_i^h}{\partial I^h}$$

を使って変形すると，

$$\lambda\sum_h\left(\sum_i t_i s_{ik}^h-\sum_i t_i x_k^h\frac{\partial x_i^h}{\partial I^h}+x_k^h\right)$$

$$=\sum_h\frac{\partial G}{\partial v^h}\alpha^h x_k^h$$

よって

$$\sum_h\sum_i t_i s_{ik}^h=\sum_h\frac{1}{\lambda}\frac{\delta G}{\delta v^h}\alpha^h x_k^h$$

$$+\sum_h\left(\sum_i t_i x_k^h\frac{\partial x_i^h}{\partial I^h}-x_k^h\right)$$

$\beta^h\equiv\dfrac{\partial G}{\partial v^h}\alpha^h$　所得の粗社会的限界効用

$\dfrac{\partial R}{\partial I^h}\equiv\sum_i t_i\dfrac{\partial x_i^h}{\partial I^h}$　所得の増加による税収入の増分

と定義すると

$$\sum_h\sum_i t_i s_{ik}^h=-\left(X_k-\sum_h b^h x_k^h\right)$$

ここで，$X_k=\sum_h x_k^h$，$b^h=\dfrac{\beta^h}{\lambda}+\dfrac{\partial R}{\partial I^h}$　である。

代替項行列は対称的であるから $s_{ik}^h=s_{ki}^h$ が成立し，

$$\frac{\sum_h\sum_i t_i s_{ki}^h}{X_k}=-\left\{1-\sum_h b^h\left(\frac{x_k^h}{X_k}\right)\right\} \tag{16}$$
$$(k=1,2,\cdots\cdots,m)$$

となる。b^h は政府の所得をヌメレールとした時の，消費者への所得の純社会的限界効用と定義され二つの部分からなる。一つは，所得増によって可能になった h の効用増加の社会的評価 $\dfrac{\beta^h}{\lambda}$ であり，他は税収入の増加の社会的評価 $\dfrac{\partial R}{\partial I^h}$ である。

(16)の左辺は，すべての税率の比例的増加による補償需要曲線上における第 k 財の総需要量の相対的変化割合と解釈される。(16)の右辺から明らかなように，最適点においてこの割合はもはや必ずしもすべての商品について同じではない。同一であるための十分条件は，b^h がすべての消費者に対して同一であるか，$\dfrac{x_k^h}{X_k}$ がすべての商品に対して同一であるかである。最適税制の下で需要の減少比率が小さいのは，その財がより高い b^h を持った個人によって比較的に多く消費されているケースにおいてである。

(16)は次のように書きなおすことができる。

$$\sum_h\sum_i t_i s_{ki}^h=-X_k\,(1-\bar{b}r_k) \tag{17}$$

ここで $r_k \equiv \sum_h \left(\frac{b^h}{\bar{b}}\right)\left(\frac{x_k{}^h}{X_k}\right)$, $\bar{b} \equiv \frac{\sum_h b^h}{N}$ である。さらに $\phi_k \equiv r_k - 1$ とすると

$$\sum_h \sum_i t_i s_{ki}{}^h = -X_k \left[(1-\bar{b}) - \bar{b}\phi_k \right]$$

ここで，$\phi_k = \dfrac{\sum_h b^h x_k{}^h - \frac{1}{N}\sum b^h \sum x_k{}^h}{\bar{b} \sum_h x_k{}^h}$

$$= \frac{\frac{1}{N}\sum_h (b^h - \bar{b})(x_k{}^h - \bar{x}_k)}{\bar{b}\ \bar{x}_k}$$

は正規化された共分散である。

逆弾力性ルールとの関係を調べるために，補償需要曲線が各財の間で独立な場合を検討しよう。

$$s_{kk}{}^h \equiv \left(\frac{\partial x_k{}^h}{\partial p_k}\right)_{\bar{U}^h} = -\varepsilon_{kk}{}^h \frac{x_k{}^h}{1+t_k} \quad (18)$$

(17)より

$$\sum_h t_k s_{kk}{}^h = -X_k (1 - \bar{b} r_k)$$

(18)を代入すると

$$\theta_k \equiv \frac{t_k}{1+t_k} = \frac{1-\bar{b}r_k}{\sum_h \varepsilon_{kk}{}^h \frac{x_k{}^h}{X_k}}$$

$\bar{\varepsilon}_i$ を各個人の消費量によって加重平均した平均補償需要価格弾力性とすれば

$$\frac{t_k}{1+t_k} = \frac{1-\bar{b}r_k}{\bar{\varepsilon}_k}$$

が得られる。もし，すべての個人があらゆる側面で同一ならば，この関係式は税込み価格から見た従価税率 θ_k は需要の価格弾力性の逆数に比例するというよく知られた公式に一致することが確認される。つまり，$b^h = \bar{b}$ であるから，$r_k = 1$，$\phi_k = 0$ となるので，

$$\frac{t_k}{1+t_k} = \frac{1-\bar{b}}{\varepsilon_{kk}}$$

4 間接消費税と所得税

今までは，間接消費税のみが存在し，労働供給には課税されない経済において議論を展開してきた。以下では，消費税に加えて賃金に対する所得税も存在する経済において，効率性と公正をバランスさせる最適な税制の性格を論ずることにしよう。

まず，もっとも簡単な所得税である線型所得税制を導入することにしよう。賃金がただ一つの所得の源泉であるから賃金所得への比例税の導入は，あらたにすべての商品への均一税率の商品課税が課せられた状況と同じである。したがって，今までに比してただ一つの相違点は，政府が各個人に同一の一括定額補助金を支払うか（$I>0$），一括定額税（$I<0$）を徴収するかを想定することである。各個人が賃金率 p_0 においてだけことなっているとしよう。社会的厚生関数は加法的でかつ対称的であるとする。ラグランジアンは，$\boldsymbol{t}$，$\boldsymbol{x}$ をそれぞれ，税率と，労働をのぞいた商品購入量のベクトル（$t_1, t_2 \cdots\cdots, t_m$），（$x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m$）とすると，

$$L = \int_0^\infty \left[G\{v(\boldsymbol{t}, I)\} + \lambda\{\boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{x} - I - T\} \right] dF(p_0)$$

となる。ここで $F(p_0)$ は p_0 の分布関数である。所得の限界効用を $\frac{\partial v}{\partial I} = \alpha(p_0)$ と定義する。$\frac{\partial v}{\partial t_k} = -\alpha x_k$ を使うと，最適のための一次条件は，

$$\frac{\partial L}{\partial t_k} = \int_0^\infty \left((\lambda - G'\alpha)\ x_k + \sum_i t_i \frac{\partial x_i}{\partial t_k} \right) dF = 0 \quad (19)$$

$$(k = 1, 2, \cdots\cdots, m)$$

$$-\frac{\partial L}{\partial I} = \int_0^\infty \left((\lambda - G'\alpha) - \lambda \sum_i t_i \frac{\partial t_i}{\partial I} \right) dF$$

$$= 0 \tag{20}$$

$\beta = G'\alpha$ だから，(20)は $\overline{b} = 1$ と同値である。よって最適な線型所得税，間接消費税の下では，補償需要曲線上の消費の減少比率は，その商品の消費量と所得の純社会的限界効用の諸個人の上で定義された正規化された共分散に等しい。

$$\frac{\int_0^\infty \sum_i t_i s_{ki}{}^h dF}{X_k} = \phi_k$$

ランプ・サム・トランスファー I をも政策道具に加えた結果，$\overline{b} = 1$ というふうに新たに制約されたのである。この点をのぞけば，この公式は(17)とまったく同一である。

次に，所得税制が必ずしも線型ではない場合において，直接税と間接税の関係を検討することにしよう。さらに，間接消費税も税率が消費量の水準に依存すると想定しよう。

各個人は $U = U(L, x_1, x_2, \cdots\cdots, x_m)$ を

$$\sum_{i=1}\left\{x_i + t_i(x_i)\right\} = wL - t_L\,(wL) \tag{21}$$

の下で最大にしている。ここで $x_i(i=1, 2, \cdots\cdots, m)$ は生産者価格が1となるように単位がとられている。また w は賃金率，L は労働供給をあらわす。効用極大のための一次条件は，

$$-\frac{U_i}{U_L} = \frac{1 + t_i'}{w(1 - t_L')} \tag{22}$$

$$(i = 1, 2, \cdots\cdots, m)$$

政府の予算制約は，

$$\int_0^\infty [\sum_i t_i(x_i) + t_L(wL)]dF(w) = T$$

あるいは，(21)より

$$\int_0^\infty [wL - \sum_i x_i - T]\ dF(w) = 0$$

ところで，個人の予算制約式から

$$\sum_i (1 + t_i')\,dx_i = (1 - t_L')\,(wdL + Ldw)$$

(22)を使うと，

$$-\frac{w}{U_L}\sum_i U_i\,dx_i = wdL + Ldw$$

$dU = U_L dL + \sum_i U_i\,dx_i$ より

$$dU = U_L dL - \frac{U_L}{w}\,(wdL + Ldw) = -\frac{U_L L}{w}dw$$

だから，$\dfrac{dU}{dw} = -\dfrac{U_L L}{w} \equiv -U_L J(w, L)$

x_2, x_3, ……, x_m, L をコントロール変数，Uを状態変数，x_1 は以上の変数から自動的に決まるとすれば，ハミルトニアンは，

$$H = [G(U) + \lambda[wL - \sum_i x_i - T)]f - \mu J U_L$$

f はwの密度関数である。$x_i(i=2, 3, \cdots\cdots, m)$ に関してHを最大にすれば，

$$-\lambda\left(\left(\frac{\partial x_1}{\partial x_i}\right)_{U=\overline{U}} + 1\right)$$

$$-\frac{\mu}{f}\left(U_{L1}\left(\frac{\partial x_1}{\partial x_i}\right)_{U=\overline{U}} + U_{Li}\right)J = 0$$

(22)から

$$\left(\frac{\partial x_1}{\partial x_i}\right)_{U=\overline{U}} = -\frac{U_i}{U_1} = -\frac{1 + t_i'}{1 + t_1'} \tag{23}$$

だから

$$\lambda\left(\frac{1 + t_i'}{1 + t_1'} - 1\right) = \frac{\mu J U_i}{f}\left(\frac{1}{U_i}\frac{dU_i}{dL} - \frac{1}{U_1}\frac{dU_1}{dL}\right)$$

$$= \frac{\mu J U_i}{f}\ \frac{d\log\left(\dfrac{U_i}{U_1}\right)}{dL}$$

一般性を失うことなく，$t_i' = 0$ とおけるので，(23)をさらに使えば，

$$\frac{t_i'}{1 + t_i'} = \frac{\mu J U_1}{\lambda f}\ \frac{d\log\left(\dfrac{U_i}{U_1}\right)}{dL}$$

が得られる。これから，もし効用関数が労働とすべての消費財の間で分離可能ならば，第 i 財と第1財の限界代替率は L の変化にかかわらず不変だから，$t_i' = t_i = 0$ $(i=1, 2, \cdots\cdots, m)$ となっていかなる間接消費税も不必要になり所得税のみで十分になる。逆に分離不可能ならば，両税ともに必要となる。さら

に，レジャー（余暇）とエッヂワースの意味で補完的な財（$U_{iL}<0$，労働と代替的な財）は低い税率を持ち，代替的な財（労働と補完的な財）はより高い税率を持つ。

これまでは一定の税収を確保しなければならないという制約だけを考え，いかに税収が使われるかの問題は無視した。次の章でこの問題を検討しよう。

5　間接消費税と公共財支出

この章では我々は，固定された生産者価格の仮定を，明示的な生産関数を導入することによっておき替えよう。さらに，公共財支出とすべての消費者に対する同額の補助金（定額税）支出が，政府支出として使用される状況を考察する。

$\boldsymbol{p}$ を消費者価格ベクトル，$\boldsymbol{q}$ を生産者価格ベクトルとしよう。$\boldsymbol{t}=\boldsymbol{p}-\boldsymbol{q}$ を租税ベクトルとしよう。I を補助金支出額，e を公共財支出水準，$v^h(\boldsymbol{p}, I, e)$ を消費者 h の間接効用関数，$\alpha^h \equiv \dfrac{\partial v^h}{\partial I}$ を所得の限界効用，$G(v^1, v^2, \cdots\cdots, v^N)$ を N 人の消費者の効用水準に依存するバーグソン・サミュエルソン型の社会的厚生関数，$\beta^h=\dfrac{\partial G}{\partial v^h}\cdot\alpha^h$ を所得の粗社会的限界効用，$\boldsymbol{x}^h(\boldsymbol{p}, I, e)$ を消費者 h の需要ベクトル，$\boldsymbol{X}=\sum_h \boldsymbol{x}^h$ を総需要ベクトル，$C(\boldsymbol{X}, e)=0$ を生産制約としよう。

我々の最適化問題は，$C[\boldsymbol{X}(\boldsymbol{p}, I, e), e]=0$ の下で $G[v^1(\boldsymbol{p}, I, e), \cdots\cdots v^H(\boldsymbol{p}, I, e)]$ を最大にすることである。

このモデルの説明においては，政府の予算制約について何も述べられていない。ところがワルラス法則から，消費者と企業部門の予算が均衡し，あらゆる財貨・サービスの市場で超過需要も超過供給も存在しなければ，残りの政府部門も予算が均衡していることが証明できるのである。消費者の予算均衡から，$\sum_h \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}^h=NI$，$l$ を公共財供給の一単位当りの価格とすると，企業の利潤はゼロであるから，$\sum_h \boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{x}+le=0$ が成立する。この両式から

$$\sum_h \boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{x}^h=\sum_h(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{q})\cdot\boldsymbol{x}^h=NI+le$$

が得られ，均衡予算が成立している。この方程式の左右の両辺の大きさが，いわば政府の財政規模をあらわしている。第2章においては，政府の財政規模 T が与えられた下で問題を解いたが，この章では I と e が変数だから財政規模自身も解かれるべき変数になっている。ここで，第0財労働については，$x_0^h<0$ であるとともに，$p_0-q_0<0$ となっていることに注意されたい。

乗数 λ を持つラグランジ形式をつくり，一次条件を求めると，

$$\sum_h \frac{\partial G}{\partial v^h}\cdot\frac{\partial v^h}{\partial p_k}=\lambda\sum_i C_i\frac{\partial X_i}{\partial p_k}$$

間接効用関数の性質を使うと，

$$-\sum_h \beta^h x_k^h=\lambda\sum_h\sum_i q_i\frac{\partial x_i^h}{\partial p_k}$$

q_i を p_i-t_i でおきかえ，個人の予算制約から，$\sum_i p_i\dfrac{\partial x_i^h}{\partial p_k}=-x_k^h$，またスルツキー方程式を使えば，

$$\sum_h \beta^h x_k^h=\lambda\sum_h\sum_i(t_i-p_i)\frac{\partial x_i^h}{\partial p_k}$$

$$=\lambda\sum_h\left(\sum_i t_i\frac{\partial x_i^h}{\partial p_k}+x_k^h\right)$$

$$\sum_h \beta^h x_k^h=\lambda\sum_h\left\{x_k^h+\sum_i t_i\left(s_{ik}^h-x_k^h\frac{\partial x_i^h}{\partial I}\right)\right\}$$

ここで，s_{ik}^h は補償需要曲線のかたむきをあらわす。所得の社会的限界効用 γ^h を消費者 h に所得を一単位与えることの社会への利得と定義する。これは二つの部分から成る。一つは所得が増えることによって可能となった効

用増加の社会的評価であり，他は消費者 h の所得増加による税収入の増加の社会的評価である。

つまり，$\gamma^h=\beta^h+\lambda\sum_i t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial I}$ 。

b^h との間に，$b^h=\frac{\gamma^h}{\lambda}$ という関係があることが容易にわかる。

これを用いて，一次条件を書きなおすと，

$$\sum_h (\gamma^h-\lambda)\ x_k^h=\lambda\sum_h\sum_i t_i s_{ik}^h \tag{24}$$

スルツキー方程式の代替項は対称であるから，これは

$$\Delta X_k\equiv\sum_h\sum_i t_i s_{ki}^h=\sum_i\left(\frac{\gamma^h}{\lambda}-1\right)x_k^h \tag{25}$$

あるいは，

$$\frac{\Delta X_k}{X_k}=\frac{\sum_h (\gamma^h-\lambda)\ x_k^h}{\lambda X_k}$$

におきかえられる。これは⒃と同じ方程式である。ΔX_k はすべての税率が増加したことによる第 k 財の補償された総需要量の変化である。㉕をよりよく解釈するために最適な一括定額補助金の条件を考察しよう。ラグランジ形式を I で微分してゼロとおくと，

$$\sum_h \beta^h=\lambda\sum_i C_i\frac{\partial x_i}{\partial I}$$

変形してゆくと，

$$\sum_h \beta^h=\lambda\sum_i\sum_h q_i\frac{\partial x_i^h}{\partial I}$$

$$=\lambda\sum_h\sum_i (p_i-t_i)\ \frac{\partial x_i^h}{\partial I}$$

個人の予算制約から

$$\sum_i p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial I}=1$$

より

$$\sum_h \beta^h=\lambda\sum_h\left(1-\sum_i t_i\frac{\partial x_i^h}{\partial I}\right)$$

よって，λ は γ^h の平均となる。つまり，

$$\sum_h \gamma^h=\lambda N \tag{26}$$

これは $\bar{b}=1$ を意味する。

㉕の右辺から $\frac{1}{\lambda}\sum_h (\gamma-\lambda)\ \bar{x}_k=0$ をさしひくと，ここで $\bar{x}_k=\frac{\sum_h x_k^h}{N}$，

$$\Delta X_k=\frac{\sum_h (\gamma^h-\lambda)\ (x_k^h-\bar{x}_k)}{\lambda}$$

補償需要量の総計の変化は，各個人の需要量と所得の純社会的限界効用の共分散に比例する。

次に，間接消費課税額と所得の純社会的限界効用との間の関係を調べよう。まず，タイプ1の消費者が m 人，タイプ2の消費者が n 人いると想定しよう。㉖から，

$$m\gamma^1+n\gamma^2=(m+n)\lambda$$

この関係を使うと，㉔は

$$\lambda\sum_i\sum_h t_i s_{ik}^h=m\ (\gamma^1-\lambda)\ x_k^1+n\ (\gamma^2-\lambda)\ x_k^2$$

$$=n\ (\lambda-\gamma^2)\ x_k^1+n\ (\gamma^2-\lambda)\ x_k^2$$

$$=n\ (\gamma^2-\lambda)\ (x_k^2-x_k^1) \tag{27}$$

かくて，ある財の総補償需要量変化は二つのタイプの消費者間での需要量の相違が大きいほど，その差に比例して大きい。㉗に t_k を乗じての総和をとると，代替項行列は負値半定符号だから

$$n\ (\gamma^2-\lambda)\ (\sum_k t_k x_k^2-\sum_k t_k x_k^1)$$

$$=\lambda\sum_i\sum_h\sum_k t_i\ s_{ik}^h\ t_k\leqq 0$$

$\gamma^2-\lambda$ と $\gamma^2-\gamma^1$ は同じ符号だから，最適間接消費課税，最適一括定額補助金の下で，所得の純社会的限界効用の大きい個人は，より少額の間接消費課税額を納税することが望ましい。この負の相関性は，もっと一般的な状況の下で証明することは可能である。

最適な公共財支出のための条件は，

$$\sum_h \frac{\partial G}{\partial v^h}\cdot\frac{\partial v^h}{\partial e}=\lambda\sum_i C_i\frac{\partial X_i}{\partial e}+\lambda C_e$$

$$=\lambda\sum_h\sum_i(p_i-t_i)\frac{\partial x_i}{\partial e}+\lambda C_e$$

消費者の予算制約から $\sum_i p_i\frac{\partial x_i{}^h}{\partial e}=0$ だから,

$$\sum_h \delta^h=\lambda C_e \tag{28}$$

が得られる。ここで,

$$\delta^h=\frac{\partial G}{\partial v^h}\cdot\frac{\partial v^h}{\partial e}+\lambda\sum_i t_i\frac{\partial x_i{}^h}{\partial e}$$

$$=\beta^h\frac{\partial v^h/\partial e}{\partial v^h/\partial I}+\lambda\sum_i t_i\frac{\partial x_i{}^h}{\partial e}$$

δ^hは消費者に公共財を供給することの社会的評価であって，それは $\frac{\partial G}{\partial v^h}$ をとおして分配面への影響を考慮した，hの効用増加の社会的評価とhの支払う税額の増加の社会的評価の和である。(28)の右辺は公共財供給の費用をあらわしている。

Samuelson〔10〕によって導出された公共財供給の最適条件は，公共財と私的財の各個人の限界代替率の和がその限界変形率に等しいということであった。だが，政府の公共財購入のための費用は，各個人からのランプ・サム・タックス（一括定額税）の徴収によってまかなわれるという前提があった。もし，一括定額税や補助金が不可能ならば，この最適条件はどのような変更をこうむるべきであろうか。この問題を以下で検討しよう。一括定額税以外の課税方法が採用されると，資源配分の効率性は妨げられる。これは，公共財供給の最適条件および，公共財の最適供給量にいかなる影響をもたらすであろうか。つまり，第1の問題は，公共財供給の限界評価は限界代替率の和より大きいかどうかであり，第2の問題は，資源配分のゆがみをもたらす課税方法の下での公共財の供給量は，もたらさない方法の下での最適供給量より大きいかどうかである。

N人のあらゆる側面で同一の消費者が存在し，$\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}=0$の下で効用関数 $U(\boldsymbol{x},\ e)$ を最大にしていると考えよう。ここでベクトル$\boldsymbol{x}$は$m+1$個の私的財の純消費をあらわす（要素供給は負の需要量としてとりあつかれる。特に，第0財を労働供給とする。）。今までと同様に，e, $v(\boldsymbol{p},e)$, $C(\boldsymbol{X},\ e)=0$を，公共財供給量，間接効用関数，生産制約とする。$\boldsymbol{X}=N\boldsymbol{x}$である。

ラグランジアンをつくると,

$$L=Nv(\boldsymbol{p},e)-\lambda C[\boldsymbol{X}(\boldsymbol{p},e),e]$$

(a) eで微分すると,

$$N\frac{\partial v}{\partial e}-\lambda\left(\sum_{i=0}^{m}C_i\frac{\partial X_i}{\partial e}+C_e\right)=0$$

αp_kでわる。ここで, $\alpha p_k=\frac{\partial U}{\partial x_k}$, $C_k\equiv q_k$が成立するので,

$$\sum MRS\equiv\frac{N\frac{\partial v}{\partial e}}{\frac{\partial U}{\partial x_k}}$$

$$=\frac{\lambda}{\alpha}\left(\frac{1}{p_k}\sum_{i=0}^{m}q_i\frac{\partial X_i}{\partial e}+\frac{q_k}{p_k}\frac{C_e}{C_k}\right)$$

ここで，$k=1$を課税されない財とすると，$p_1=q_1=1$より,

$$\frac{C_e}{C_1}=\frac{\alpha}{\lambda}\sum MRS-\sum_{i=0}^{m}(p_i-t_i)\frac{\partial X_i}{\partial e}$$

よって,

$$MRT=\frac{\alpha}{\lambda}\sum MRS+\frac{\partial}{\partial e}\left(\sum_{i=0}^{m}t_i X_i\right)$$

右辺が，公共財一単位の増加による限界評価をあらわす。限界代替率の和との相違は，右辺の第2項と $\frac{\alpha}{\lambda}$ である。第2項は，公共財と私的財の代替性，補完性から生じる総税収入の変化をあらわす。公共財の供給の増加によって課税された財の消費の増加がおこ

ると，公共財の限界評価は増加する。この関係は，容易に理解できるので，以下では $\frac{\partial X_i}{\partial e}=0$ の場合を考察しよう。第２項が消える場合には，問題は $\alpha \gtrless \lambda$ のどちらが成りたつかに帰着する。これを検討するために，最適間接消費課税のための条件を求める。

(b) p_kでラグランジアンを微分すると，

$$N\frac{\partial v}{\partial p_k}=\lambda\left(\sum_{i=0}^{m}C_i\frac{\partial X_i}{\partial p_k}\right)$$

$$=\lambda\frac{\partial}{\partial t_k}\left(\sum_{i=0}^{m}q_i X_i\right)$$

$\frac{\partial v}{\partial p_k}=-\alpha x_k$, $\partial(\sum q_i x_i)/\partial t_k+\partial(\sum t_i x_i)/\partial t_k$ $=0$ より

$$-\alpha x_k=-\lambda\frac{\partial(\sum t_i x_i)}{\partial t_k}$$

$$\frac{\alpha}{\lambda}=\frac{\frac{\partial}{\partial t_k}(\sum t_i x_i)}{x_k}$$

これを変形すると，

$$\frac{\alpha}{\lambda}=1+\frac{\sum_{i=0}^{m}t_i\frac{\partial x_i}{\partial p_k}}{x_k}$$

$$=1-\sum_{i=0}^{m}t_i\frac{\partial x_i}{\partial I}+\sum_{i=0}^{m}t_i\frac{s_{ik}}{x_k}$$

$$(k=0,2,3,\cdots\cdots,m)$$

第三項の符号を調べるため，上式に $t_k x_k$ を乗じて，その和をとると，スルツキー方程式における代替項行列の負値半定符号より

$$\left(\frac{\alpha}{\lambda}-1+\sum_{i=0}^{m}t_i\frac{\partial x_i}{\partial I}\right)(\sum t_k x_k)$$

$$=\sum_{i=0}^{m}\sum_{k=0}^{m}t_i s_{ik}t_k\leqq 0$$

もし，税収入 $\sum t_k x_k>0$ ならば，

$$\sum_{i=0}^{m}t_i\left(\frac{s_{ik}}{x_k}\right)\leqq 0 \tag{29}$$

となるので，$\alpha<\lambda$ の方向に働き，間接消費課税による超過負担のため，公共財供給の限界評価は限界代替率の総和よりも小さくなる。

第二項は，所得が増加する時の税収入の増加額をあらわす。もし，この部分が正なら，$\alpha<\lambda$ となり公共財供給の限界評価は限界代替率の総和よりも小さくなる。消費財だけが課税されているなら，正常財という仮定の下でこの部分は正となるが，労働供給のみが課税されているならば，余暇が正常財であるという仮定の下で，所得増加は収入を減らす。したがって，労働供給曲線が backward bending ならば，第三項と第二項を加えた総効果として $\alpha>\lambda$ となり，正しい限界評価は限界代替率の総和 $\sum MRS$ より大きくなければならない。労働供給が課税されている時には $t_i<0$ であることを注意されたい。

次に，公共財供給の最適量が一括定額税の下での最適量にくらべて大きいか，小さいかを論じよう。Atkinson and Sternは私的財と生産要素がそれぞれ一種類しか存在せず，租税として一括定額税 R以外に税率 t の労働供給Lに対する要素税しか存在しない状況を考察した。政府の最大化問題はラグランジ形式

$$Nv(t,R,e)+\lambda(NR+NtL-e)$$

であらわされる。

この一次条件の全微分をとることによって，$t=0$ の完全最適点から，一括定額税を減らしてゆくことによって，公共財の最適供給量が減少してゆくことを，効用関数が公共財と私的財の間で分離可能であるという条件の下で，証明できる。さらに，効用関数が，コブ・ダグラスである場合には，大域的にも消費税の下での公共財供給量は，一括定額税の下でのそれよりも小さいことが証明できる。

6 超過負担と最適税制の理論

税を納入することは民間部門の資源が公共部門に移動することであり，民間部門にとっての当然の負担であるが，もし課税によって民間部門の効率的な資源配分が妨げられるならば民間経済は余分の負担をこうむることになる。この追加的負担を超過負担と呼び，できるだけこの負担を小さくすることが望ましい。効率的な資源配分，つまりパレート最適な資源配分の下では生産における限界変形率と消費における限界代替率が等しいことが必要であるが，間接消費税が導入されると消費者の支払う価格と生産者の受けとる価格がくいちがうため，この条件が成立しなくなるのである。それに引きかえ，直接税である所得税は労働供給を変化させないと考えられ，直接税の優位が主張された。ところが Little〔8〕がすでに指摘したように，理論的には所得税は決して中立的な租税ではなく，労働供給に課せられた間接税あるいは，同じメダルの裏面である余暇の消費に対する補助金である。したがって，間接消費税と所得税は完全に同性格の税であって共に超過負担を生ぜしめる。問題はどちらの超過負担が大きいかということである。

そこで，超過負担をどのように計量し比較しうるかを考察しよう。まず課税の超過負担(excess burden) あるいは死重 (deadweight burden) の正確な定義から始めよう。次のように定義する。

超過負担＝ある個人を課税以前の無差別曲線上にとどめておくために与えられねばならない金額 － 彼から徴収された税収入

一括定額税の下では，この値はゼロになるので，この定義は，資源配分の効率性をそこなう税の全経済へのロスをあらわすであろう。$\boldsymbol{p}$，$\boldsymbol{q}$，$\boldsymbol{t}$ を消費者価格，生産者価格，従量税率のそれぞれのベクトルとする。

支出関数という概念を定義しよう。消費者選択の基本的な取り扱い方は，予算制約 $\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}\leqq I$ の下で効用 $U(\boldsymbol{x})$ の最大化を考えることである。この問題の双対問題を考えると，$U(\boldsymbol{x})\geqq u$ の下で $\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}$ を最小にすることである。$E(\boldsymbol{p};\boldsymbol{u})$ でこの最小化で必要な所得水準（補償所得とも呼ばれる）としよう。この関数 $E(\boldsymbol{p};\boldsymbol{u})$ を支出関数とよぶ。
定義より

$$E(\boldsymbol{p};\boldsymbol{u})=\sum p_i x_i^*=\sum \boldsymbol{p}_i x_i(\boldsymbol{p};\boldsymbol{u})$$

ここで x_i^* は双対問題の最適需要水準である。支出関数の持つ性質のうち，もっとも有用なものは，支出関数の第 i 番目の価格についての偏微係数が正確に第 i 財の最適需要量に等しいことである。このことを証明しよう。まず $U(x^*)\geqq \boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{x}^*=x^*(\boldsymbol{p},\ \boldsymbol{u})$ は双対問題の解である。支出関数の定義から，どんな正の価格ベクトル $\boldsymbol{p}'$ に対しても

$$\boldsymbol{p}'\cdot\boldsymbol{x}^*-E(\boldsymbol{p}';\boldsymbol{u})\geqq 0$$

この不等式の左辺は $\boldsymbol{p}'=\boldsymbol{p}$ となる時ゼロになるので，$\boldsymbol{p}'$ が $\boldsymbol{p}$ をとる時の左辺の偏微係数がゼロになるという一次条件を充たす。

$$x_i^*=\frac{\partial E(\boldsymbol{p};\boldsymbol{u})}{\partial p_i}\equiv E_i$$

かくて，支出関数の価格に関する偏微係数は最適需要量となり，補償需要曲線をあらわす。スルツキーの代替項は，支出関数の二次微係数となる。つまり，$E_{ij}\equiv s_{ij}$ である。

超過負担の定義につかわれた税収入を，この消費者が課税以前と同じ無差別曲線上にいる時の消費者均衡で徴収された税収入とする。この補償税収入関数は

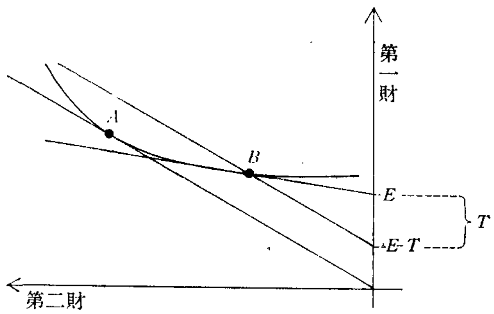
$$T(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q},u)=\sum_i(p_i-q_i)E_i(\boldsymbol{p};u)$$
$$=\sum_i t_iE_i(\boldsymbol{p};u)$$

uは課税なしの場合における消費者の効用水準をあらわす。労働所得以外の所得源をもたないなら，課税以前では $E(\boldsymbol{q};u)=0$ である。超過負担は

$$L(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q},u)=E(\boldsymbol{p};u)-T(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q},u)$$

直観的な意味を理解するために，二財のケースについて，図を用いて超過負担の大きさを説明しよう（第2図）。第一財をヌメレールとし，たて軸に計り，第二財を労働供給とし原点から左の横軸に計ろう。課税以前では，原点を通る予算制約の上でA点がえらばれる。労働供給が課税され，消費者の受けとる実質的な賃金率が低くなるので，新しい価格体系において，以前と同じ効用水準を確保するにはEだけの所得移転が必要であり，Bが補償された課税後消費者均衡点である。Tが$T(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q},u)$だから，$E-T$が超過負担の大きさをあらわしている[3]。

第2図



次に租税構造が変化するにつれての超過負担の変化を調べよう。超過負担 $L(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q},u)$ を生産者価格は一定にして消費者価格で微分すると，

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q},u)}{\partial p_k}=E_k-\frac{\partial T}{\partial p_k}$$
$$=-\sum_i^m(p_i-q_i)E_{ik}$$
$$=-\sum_i^m t_iE_{ik}$$

この限界超過負担，限界的な厚生上の損失が定義されると，逆に$\boldsymbol{q}$から$\boldsymbol{p}$まで積分することによって，超過負担を定義しなおすことができる。個々の商品ごとにq_iからp_iまで順番に積分しよう。

$$L(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q},u)=-\sum_{i=1}^m\int_{q_i}^{p_i}\Big\{\sum_{j=1}^{i-1}(p_j-q_j)E_{ji}(p_i,p_2,\cdots\cdots p_{i-1},s,q_{i+1},\cdots\cdots q_m)+(s-q_i)E_{ii}(p_1,p_2,\cdots\cdots,p_{i-1},s,q_{i+1},\cdots\cdots q_m)\Big\}ds$$

この積分におけるEの微係数をただ一つの価格ベクトル$\hat{\boldsymbol{p}}$だけで評価して近似すると，

$$L(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q},u)=-\sum_{i=1}^m\int_{q_i}^{p_i}\Big\{\sum_{j=1}^{i-1}(p_j-q_j)E_{ji}+(s-q_i)E_{ii}\Big\}ds$$
$$=-\sum_{i=1}^m\Big\{\sum_{j=1}^{i-1}(p_i-q_i)(p_j-q_j)\times E_{ji}+\frac{1}{2}(p_i-q_i)^2E_{ii}\Big\}$$
$$(E_{ij}=E_{ji}\text{ だから})$$
$$=-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^m\sum_{j=1}^m t_it_jE_{ij}$$

これは，まさに Harberger〔6〕〔7〕によって与えられた超過負担の一表現である。

次にこの定式化で，最適間接消費課税のための条件を求めよう。税収入$T(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q},u)$が一定であるという制約の下で，超過負担$L(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q},u)$を最小化しよう。ラグランジ乗数を$\lambda$とすると一次条件は

3）B点で$\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}=E$, $\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{x}=E-T$が成立しているので $\boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{q})\boldsymbol{x}=T$, よって Tが$T(\boldsymbol{p},q,u)$となる。

$$\frac{\partial L}{\partial p_k}=\lambda\frac{\partial T}{\partial p_k}\quad (k=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

これを書きなおすと，

$$\frac{-\sum_i^m t_i E_{ik}}{E_k+\sum_i^m t_i E_{ik}}=\lambda$$

さらに変形すると，

$$\frac{\sum_{i=1}^m t_i E_{ik}}{E_k}\equiv\frac{\sum_{i=1}^m t_i s_{ki}}{x_k}=\frac{-\lambda}{1+\lambda}$$

これは，第２章の(8)において既に得られた，補償需要曲線上で税率変化による商品需要量の相対的減少率があらゆる財貨・サービスについて同一であるという条件に一致する。

$$\frac{\sum_{i=1}^m t_i s_{ik}}{x_k}\equiv\frac{\sum_{i=1}^m t_i s_{ki}}{x_k}$$

は，政府の予算制約の下で，一括定額税にかえて，最適な間接消費課税を代替していく時の限界的超過負担に比例することを Atkinson and Stern〔１〕にしたがって以下で証明しよう。政府がRの一括定額税を消費者に課しているとしよう。消費者は一人であるとする。政府の最大化問題は次のラグランジアンに定式化される。

$$L=v(\boldsymbol{p}, e, R)-\lambda C\,[\boldsymbol{x}(\boldsymbol{p}, e, R), e]\quad (30)$$

最適税率 t_k の一次条件から，

$$\sum_i^m t_i\frac{s_{ik}}{x_k}=\frac{\alpha}{\lambda}-1+\sum_i^m t_i\frac{\partial x_i}{\partial I}\quad (31)$$

公共財支出eが固定されていると想定する。生産制約を充たしつつ，間接消費課税の減少とひきかえに，一括定額税を増やしていく時，いかに消費者の効用が変化するかを考察しよう。$\frac{\partial L}{\partial t_k}=0$ が成立するので，$dL/dR=\partial L/\partial R$ がなりたつ。さらに生産制約が成立しつづけるので，$dC=0$ より $dL=dv$ が言える。

(30)から

$$\frac{\partial L}{\partial R}=-\alpha-\lambda\sum_i^m C_i\frac{\partial x_i}{\partial R}$$

$$=-\alpha-\lambda\sum_i^m(p_i-t_i)\frac{\partial x_i}{\partial R}$$

消費者の予算制約から

$$\sum_i^m p_i\frac{\partial x_i}{\partial R}=-1$$

さらに $\frac{\partial x_i}{\partial R}=-\frac{\partial x_i}{\partial I}$ だから

$$\frac{dv}{dR}=\frac{dL}{dR}=\frac{\partial L}{\partial R}$$

$$=-\alpha+\lambda\left(1-\sum_i^m t_i\frac{\partial x_i}{\partial I}\right)\quad \text{(31)から}$$

$$=-\lambda\sum_i^m t_i\frac{s_{ik}}{x_k}\quad (32)$$

$$(k=0, 2, \cdots\cdots, m)$$

したがって，$\sum_i^m t_i\frac{s_{ik}}{x_k}$ は一括定額税にかえて最適な間接消費税を代替してゆく時の限界的超過負担をあらわす。(32)の右辺が正であることは，(29)から言え，これは一括定額税にかえて間接消費税を導入することは厚生上の損失をもたらすことを意味している。

だが，この結論は，間接消費税と所得税をやめて一括定額税を導入せよ，というように理解されてはならない。第１章でも述べたように，各個人の経済状態がことなる現実の状況においては，一括定額税を導入することは，強度に逆進的な租税となるか，所得税とか消費税とかに類似の効果をもつ恣意的に設定された税となり，規範的分析上，望ましい租税とは考えられないからである。

7 結 語

以上，最適税制の理論とよばれるものをわかりやすく解説し，紹介してきたが，比較的よくまとまった経済学の一分野といえるであろう。税制を論ずるにあたっての，かなり抽象度の高い接近法であるので，具体的政策決定に使用するに際しては，いくつかの困難がつきまとうであろう。この適用可能性の問題をふくめた，もっと具体的な状況における最適税制への接近法に関しては，後日さらに別稿を準備して論ずることにしたい。

参考文献

〔1〕 Atkinson, A, B. and N. H. Stern, 1974, Pigou, taxation and public goods, Review of Economic Studies 41, 119—128.

〔2〕 Atkinson, A. B., and J. E, Stiglitz, 1976, The design of tax structure, Journal of Public Economics 6, 55—75.

〔3〕 Diamond, P. A., 1975, A many-person Ramsey tax rule, Journal of Public Economics 4, 335—342.

〔4〕 Diamond, P.A. and D.L. McFadden, 1974, Some uses of the expenditure function in public finance, Journal of Public Economics 3, 3—21.

〔5〕 Diamond, P. A. and J. A. Mirrlees, 1971, Optimal taxation and public production Ⅰ and Ⅱ, American Economic Review 61, 8—27 and 261—278.

〔6〕 Harberger, A. C., 1964, The measurement of waste, American Economic Review 54, 58—76.

〔7〕 Harberger, A. C., 1964, Taxation, resource allocation, and welfare, The Role of Direct and Indirect Taxes in the Federal Reserve System, NBER.

〔8〕 Little, I. M. D. 1951, Direct versus indirect taxes, Economic Journal 61, 577—584.

〔9〕 Sadka, E., 1977, A theorem on uniform taxation, Journal of Public Economics 7, 387—391.

〔10〕 Samuelson, P. A. 1954, The pure theory of public expenditure, Review of Economics and Statistics 36, 387—389.

〔11〕 Sandmo, A., 1974, A Note on the structure of optimal taxation, American Economic Review 64, 701—706.

〔12〕 Sandmo. A., 1976, Optimal taxation ——an introduction to the literature, Journal of Public Economics 6, 37—54.

〔13〕 Stiglitz, J. E, and Dasgupta, P., 1971, Differential taxation, public goods and economic efficiency, Review of Economic Studies 38, 151—174.